

1 Angabe

Untersuchen Sie, ob $V := [0, 1)$ Menge der Verdichtungspunkte einer reellen Zahlenfolge $\{a_n\}$ ist.

2 Lösung

Beh 1: *Es gibt keine Folge $\{a_n\}$, für welche V Menge ihrer Verdichtungspunkte ist.*

BW: (indirekt). Es gebe eine Folge $\{a_n\}$ mit $V = [0, 1)$. Wir verwenden die Charakterisierung von $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$ auf Seite 51 und wollen zeigen, daß er $+1$ sein muß. Ist nämlich $1 > \epsilon > 0$, so liegen fast alle Folgenglieder unterhalb von $1 + \epsilon$, weil ja alle Verdichtungspunkte in V sind. Weiters ist $1 - \epsilon \in V$, also ist $1 - \frac{\epsilon}{2} \in V$, und somit liegen unendlich viele Folgenglieder rechts von $1 - \epsilon$. Deshalb ist $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n = 1 \in V$, ein Widerspruch.