

1 Angabe

Die Menge M sei durch

$$M := \{(-1)^{\frac{n^3+n}{2}} n^{1-(-1)^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

gegeben.

1. Man bestimme alle Häufungspunkte der Menge M .
2. Man vergleiche mit der Menge der Verdichtungspunkte in Bspl. 195.
3. Man untersuche, ob M kompakt ist.

2 Lösung

- 1.: Sichtlich gilt $M \subseteq \mathbb{Z}$. Da \mathbb{Z} keine Häufungspunkte besitzt, kann auch M keine Häufungspunkte besitzen.
- 2.: In 195 waren die Verdichtungspunkte ± 1 gefunden worden. Sie sind demnach **keine** Häufungspunkte.
- 3.: Da M unbeschränkt ist (es ist $\{(4 + 12k)^2 \mid k \in \mathbb{N}\}$ eine unbeschränkte Teilmenge von M .) kann M nicht kompakt sein.

Anmerkung: Die Beziehung zwischen Folge $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ und der Menge $\{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist wie folgt:

Die Folge ist als reelle Funktion, definiert auf der Menge \mathbb{N} zu interpretieren:

$$\forall n \in \mathbb{N} : n \mapsto a_n.$$

Die Menge M ist das *Bild* von \mathbb{N} unter dieser Funktion.