

1 Angabe

Man stelle die Menge

$$A := \{x \in \mathbb{R} \mid (x^4 - 6x^2 + 5)(x^2 - 2x + 3)\}$$

als Vereinigung einer möglichst geringen Zahl abgeschlossener Intervalle dar.

2 Lösung

Es ist $A = (-\infty, -\sqrt{5}] \cup [-1, 1] \cup [\sqrt{5}, \infty)$.

BW.

$$(x^4 - 6x^2 + 5)(x^2 - 2x + 3) \geq 0 \Leftrightarrow x^4 - 6x^2 + 5 \geq 0$$

Wegen $x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 > 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 5)(x^2 - 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow ((x^2 - 5 \geq 0) \wedge (x^2 - 1 \geq 0)) \\ \vee ((x^2 - 5 \leq 0) \wedge (x^2 - 1 \leq 0))$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 5 \geq 0) \vee (x^2 - 1 \leq 0)$$

Weil $x^2 - 5 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 1 \geq 0$ etc.

$$\Leftrightarrow (|x| \geq \sqrt{5}) \vee (|x| \leq 1)$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty, -\sqrt{5}] \cup [-1, 1] \cup [\sqrt{5}, \infty).$$