

## 1 Angabe

Unter Zuhilfenahme der Potenzreihenentwicklung der entsprechenden *elementaren* Funktionen bestimme man den Grenzwert von

$$\frac{\sin 2x - \cos 2x + 1}{\sin x + \cos x - 1}$$

bei  $x$  gegen Null.

## 2 Lösung

Zunächst ist die Potenzreihenentwicklung des Zählers

$$\sin 2x - \cos 2x + 1 = (2x + o(x)) - (1 + o(x)) - 1 = 2x + o(x).$$

Analog gilt für den Nenner

$$\sin x + \cos x - 1 = (x + o(x)) - (1 + o(x)) - 1 = x + o(x).$$

Deshalb ergibt sich für  $f(x)$ :

$$f(x) = \frac{2x + o(x)}{x + o(x)} = \frac{2 + o(1)}{1 + o(1)},$$

sodaß

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$$

folgt.