

1 Angabe

Man zeige, daß die Menge aller endlichen Teilmengen einer abzählbaren Menge abzählbar ist.

2 Lösung

Es sei $f : \mathbb{N} \rightarrow M$ eine Bijektion (eine die Menge abzählende Funktion). Es ist für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Potenzmenge

$$P_n := \mathcal{P}(\{f(1), \dots, f(n)\}),$$

endlich. Weiters ist die Menge aller endlichen Teilmengen von M gleich

$$\bigcup_{j=1}^{\infty} P_n,$$

weil ja jede beliebige endliche Teilmenge A Teilmenge von $\{f(1), \dots, f(n)\}$ für hinreichend großes n , und somit von P_n für dieses n ist. Da die abzählbare Vereinigung einer abzählbaren Menge von abzählbaren Mengen (in unserem Fall die P_n , $n \in \mathbb{N}$) abzählbar ist, ist es die Menge der endlichen Teilmengen von M .