

Ad Hinweis: Zunächst beweist man mittels Induktion

$$\forall n \in \mathbb{N} : a_n b_{n-1} - a_{n-1} b_n = (-1)^{n-1}.$$

Teilerfremdheit: Angenommen es gäbe ein n mit a_n, b_n nicht teilerfremd und sei $d > 1$ ein nicht trivialer Teiler. Die oben gezeigte Relation zeigt, daß d dann ein Teiler von ± 1 sein müßte, ein Widerspruch.

Einschließung: Es genügt $x > 0$ anzunehmen. Angenommen, es gäbe $p, q \in \mathbb{N}$ mit und $1 \leq q \leq b_n$ und $\frac{p}{q}$ zwischen $\frac{a_{n-1}}{b_{n-1}}$ und $\frac{a_n}{b_n}$ (beide ungleich Null). Dies hat die Ungleichung

$$\left| \frac{a_n}{b_n} - \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} \right| > \left| \frac{p}{q} - \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} \right|$$

zur Folge, sodaß Umformen und Einbeziehen der obigen Relation auf die Ungleichung

$$q > b_n |pb_{n-1} - qa_{n-1}|$$

mit nicht verschwindender rechter Seite führt (warum wohl?). Insbesondere ergibt sich $q > b_n$ im Widerspruch zur Annahme.