

289 (288,290,291 gehen ähnlich)

Beh 1: Die Koeffizienten sind rekursiv durch

$$\begin{aligned} c_0 &:= \lim_{x \rightarrow a} f(x) \\ c_{k+1} &:= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - \sum_{n=0}^k c_n \phi_n(x)}{\phi_{n+1}(x)}, \quad \forall k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \end{aligned}$$

bestimmbar.

Bew: Durch vollständige Induktion aus der Definition der asymptotischen Entwicklung.

Beh 2: $c_0 = c_1 = c_3 = 0$, $c_2 = 1$, $c_4 = -3$.

Bew: Aus Beh 1 unmittelbar.

Anmerkung: Sobald das Kapitel *Potenzreihen* zur Verfügung steht, kann die *Reihenentwicklung*

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2 + 3} &= \frac{1}{x^2} \frac{1}{1 + \frac{3}{x^2}} \\ &= \frac{1}{x^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n}{x^{2n}}, \end{aligned}$$

die für alle x mit $|x| > \sqrt{3}$ gültig ist, herangezogen werden. Aus ihr ergibt sich *spielend*

$$\frac{1}{x^2 + 3} = \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^4} \cdots = \phi_2(x) - 3\phi_4(x) \cdots,$$

also (ebenfalls) Beh 2.