

## 1 Angabe

Man zeige, daß zwar  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  mit  $a_n := \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$  konvergent, jedoch die als Cauchyprodukt  $c_k := \sum_{n=0}^k a_n a_{k-n}$  gebildete Reihe  $\sum_{k=0}^{\infty} c_k$  divergiert.

## 2 Lösung

Anwendung des Leibnizkriteriums ergibt die Konvergenz von  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ .

Das CP ergibt sich nach etwas Rechnung zu  $c_k = (-1)^k \sum_{n=0}^k \frac{1}{\sqrt{nk-n^2+k+1}}$ . Wenn man zeigen kann, daß  $\{c_k\}$  keine Nullfolge ist, ist die Divergenz erwiesen.

Die einfache Umformung  $nk - n^2 + k + 1 = -(n - \frac{k}{2})^2 + \frac{1}{2}k^2 + k + 1$  und somit Abschätzung

$$0 < nk - n^2 + k + 1 < \frac{1}{2}k^2 + k + 1$$

ergibt für  $|c_k|$  (bestehend aus  $k+1$  Termen) die Abschätzung

$$|c_k| \geq \frac{k+1}{\sqrt{\frac{1}{2}k^2 + k + 1}}$$

und da die Folge auf der rechten Seite bei  $k \rightarrow \infty$  nicht nach Null strebt, kann  $\{c_k\}$  keine Nullfolge sein.