

Beweisskizze

Beh 1: Für alle $j \in \mathbb{N}$ mit $b_j b_{j-1} \neq 0$ gilt

$$\frac{a_j}{b_j} - \frac{a_{j-1}}{b_{j-1}} = \frac{(-1)^{j-1}}{b_{j-1} b_j}.$$

Beweis durch vollständige Induktion.

Beh 2: Für alle $j \geq 2$ mit $b_{j-2} b_{j-1} b_j \neq 0$ gilt

$$\frac{a_j}{b_j} - \frac{a_{j-2}}{b_{j-2}} = (-1)^j \frac{b_j - b_{j-2}}{b_{j-2} b_{j-1} b_j}.$$

Beweis unmittelbar aus Beh 1.

Beh 3: Falls die Kettenbruchentwicklung abbricht haben die (endlichen) Folgen aus der Angabe das geforderte Monotonieverhalten.

Aus Beh 2.

Beh 4: Falls die Kettenbruchentwicklung nicht abbricht haben die Folgen aus der Angabe das geforderte Monotonieverhalten.

Auch aus Beh 2.

Beh 5: Falls die Kettenbruchentwicklung nicht abbricht, konvergieren die in der Angabe gegebenen Folgen gegen denselben Grenzwert.

Aus Beh 2 mittels der Anleitung.