

## 1 Angabe

Man bestimme mittels Ansatzmethode eine partikuläre Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} x = e_2 \cos t + e_1 \sin t + e_3,$$

wobei  $e_i$  der  $i$ .te Einheitsvektor ist.

## 2 Lösung

Es bezeichne  $A$  die Systemmatrix.

**Beh 1:** Der Ansatz  $x := u \cos t + v \sin t + w$  führt auf die Gleichungen

$$v - Au = e_2, \quad -u - Av = e_1, \quad -Aw = e_3.$$

BW.: Es ist  $\dot{x} = v \cos t - u \sin t$ , sodaß Einsetzen in die DGL  $\dot{x} - Ax = e_2 \cos t + e_1 \sin t + e_3$  unmittelbar auf

$$v \cos t - u \sin t - A(u \cos t + v \sin t + w) = e_2 \cos t + e_1 \sin t + e_3$$

führt. Nun vergleicht man die "vektoriellen Koeffizienten" von  $\cos t$ ,  $\sin t$  und 1.

**Beh 2:**  $w = -\frac{1}{6}(10, -11, -8)$ ,  $v = \frac{1}{50}(-101, 82, 96)$ ,  $u = -\frac{1}{50}(7, 76, 28)$ .

BW.:  $w$  bekommt man unmittelbar durch Lösen des Gleichungssystems  $Aw = -e_3$ . Multiplikation der zweiten Gleichung von links mit  $A$  und Subtraktion von der ersten Gleichung ergibt  $(A^2 + I)v = e_2 - e_1$ . Hieraus ergibt sich eine eindeutige Lösung für  $v$ , die man in die zweite Gleichung einsetzt, um schließlich  $u$  zu ermitteln.